

## Fonctions trigonométriques réciproques

**Exercice 1 :** Calculer  $x = \arcsin(-1/2)$        $x = \arccos\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$        $x = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$

**Exercice 2 :** Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $\arcsin(x) = \arccos(2x)$  et donner le domaine de définition de cette équation

**Exercice 3 :** Calculer a)  $x = \cos\left(\arcsin\left(\frac{2}{3}\right)\right)$       b)  $x = \sin\left(\arccos\left(\frac{4}{5}\right)\right)$       c)  $x = \cos\left(\arctan\left(-\frac{1}{3}\right)\right)$

**Exercice 4 :** Simplifier l'expression :  $\cos^2\left(\frac{1}{2} \cdot \arccos(x)\right)$

**Exercice 5 :** Donner le domaine de définition et les dérivées de :

a)  $\arccos(\sqrt{x})$       b)  $\arctan\left(\frac{1}{x}\right)$       c)  $\arcsin\left(\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\right)$

**Exercice 6 :** Résoudre les équations suivantes :

a)  $2 \arctan x = \arctan\left(\frac{4}{3}\right)$       b)  $\arccos\left(\frac{3}{5}\right) = 2 \arctan x$       c)  $\arcsin x + \arctan\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\pi}{4}$

**Exercice 7 :** Trouver les solutions de l'équation :  $\arcsin(2x) - \arcsin(\sqrt{3}x) = \arcsin x$

**Exercice 8 :** Etudier et représenter Soit la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \arcsin\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$

- Donner le domaine de définition de  $f$  et tracer le tableau de variation avec les points particuliers
- Déterminer le ou les points d'inflexion
- Calculer la tangente en 0 puis en  $(-1)$

**Exercice 9 :** Donner les primitives de :

a)  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 2x + 2}$  sur  $\mathbb{R}$       b)  $f(x) = \frac{1}{(1+4x^2)}$  sur son ensemble de définition

**Exercice 10 :** Etude de la fonction suivante :  $f: x \mapsto \arctan\left(\frac{2x-1}{2x+1}\right) + x$

- Quel est le domaine de définition de  $f$  ?
- Représenter le tableau de variation de  $f$  en indiquant les limites de  $f$  aux points particuliers ?
- Trouver le(s) point(s) d'inflexion
- (Indépendante) Déterminer le développement de Taylor – Young pour la fonction **arctan(x)** à l'ordre 3, en  $-1$ .
- (Indépendante) Trouver le développement limité à l'ordre 3 de  $\frac{2x-1}{2x+1}$  en  $0$ .

Question supplémentaire

f) Dédire des deux questions précédentes que le développement limité à l'ordre 3 de  $\arctan\left(\frac{2x-1}{2x+1}\right)$  en  $0$  vaut :

$$\arctan\left(\frac{2x-1}{2x+1}\right) = -\frac{\pi}{4} + 2x - \frac{8}{3}x^3 + x^3 \cdot \varepsilon(x) \text{ avec } \lim_{x \rightarrow 0} \varepsilon(x) = 0$$

**Exercice 11 :** Etude de la fonction suivante :  $f: x \mapsto \arcsin\left(\frac{2x-1}{2x+1}\right)$