# Dérivabilité d'une fonction réelle d'une variable réelle

Exercice 1 :

a. Grâce à la définition, donner les dérivées, au point $x_0$ de $f(x) = 1/x$, et $f(x) = \sqrt{x}$

b. Etudier la dérivabilité de $f(x) = \ln x$ au point 1.

Exercice 2 : Trouver la limite en 2 de $\frac{\ln(\frac{x}{2})}{x-2}$

Exercice 3 : Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ x(2-x) & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$

$f$ est-elle continue ? dérivable ?

Exercice 4 : Etudier la continuité et la dérivabilité sur $\mathbb{R}$, de la fonction définie par : $f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x-1}} - 1 & \text{si } x < 1 \\ m (m \in \mathbb{R}) & \text{si } x = 1 \\ -\sqrt{x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$

Exercice 5 : Etudier la continuité et la dérivabilité sur $\mathbb{R}$, de la fonction définie par : $f(x) = \mid \sin(x) \mid$

Exercice 6 : Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + \sin x + \cos x$.
Etudier la nature des points stationnaires de $f$.

Exercice 7 : Soit $f$ la fonction définie sur $[3/2, +\infty[$ par $f(x) = -\frac{1}{3}(x+1)^3 + 2x^2 + x - 1$
Donner la nature des points stationnaires de $f$.

Exercice 8 : : Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 6$

a. Donner la nature des points stationnaires de $f$.

b. Déterminer les points d'inflexion s'ils existent

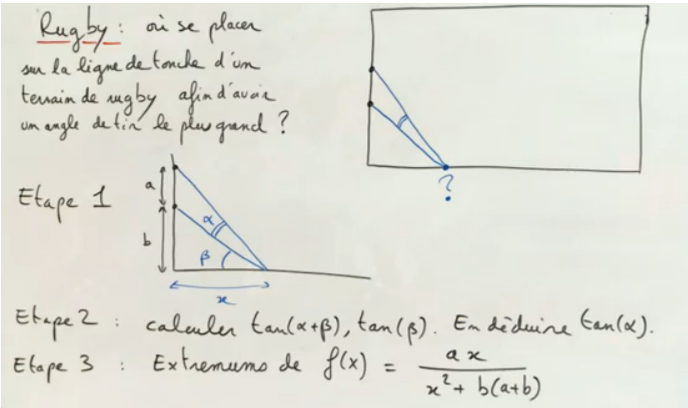
Exercice 9 : Déterminer les deux réels $a$ et $b$ pour que la fonction suivante soit continue et dérivable sur $\mathbb{R}_+^*$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \\ ax^2 + bx + 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

TOURNEZ LA PAGE S'IL VOUS PLAIT

<u>Exercice 10</u> : Rugby

On considère un terrain de rugby et on se place sur la ligne de touche. Où doit-on se placer pour avoir un angle maximal pour tirer vers les buts ? Il y a une position meilleure qu'une autre pour avoir un angle le plus grand possible.




a. On appelle $b$ la distance au premier but, $a$ la distance entre les 2 buts et $x$ la position qui varie sur la ligne de touche. On appelle $\beta$ l'angle depuis le bord du terrain jusqu'au premier but, et $\alpha$ l'angle apparent que l'on veut maximiser. $\alpha$ et $\beta$ varient en fonction de $x$.
Calculer $\tan(\alpha+\beta)$, $\tan(\beta)$ et en déduire $\tan(\alpha)$ en fonction de $a$, $b$ et $x$ en utilisant la formule :
$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan(\alpha)+\tan(\beta)}{1-\tan(\alpha)\tan(\beta)}$.

b. On veut maximiser $\alpha$ donc maximiser $\tan(\alpha)$. On pose $\tan(\alpha) = f(x)$. Montrer que $f(x) = \frac{ax}{x^2+b(a+b)}$

c. Déterminer le maximum de $f(x)$

d. Application numérique : Terrain de rugby longueur : 100 m largeur : 69 m et distance entre les buts $5,6$ m. En déduire la position la meilleure pour avoir un angle de tir maximal ainsi que l'angle correspondant.