

Calculatrices et fiches autorisées.

Exercice 1: (12 points) Le but de cet exercice est de déterminer un polynôme P , de degré 4, en utilisant les données suivantes :

- $P(X) + 18$ est divisible par $(X + 1)^2$. Ecrire la relation correspondante (1)
- $P(X) - 9$ est divisible par $(X - 2)^3$. Ecrire la relation correspondante (2)
- Quel est le degré du polynôme dérivé P' ?
- Dériver les relations (1) et (2), en déduire les racines du polynôme $P'(x)$
- Donner la forme du polynôme P'
- Intégrer pour retrouver le polynôme P .

Exercice 2: (8 points) Soit f , la fonction définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{2-x^2}-1}{x-1}$

- Calculer la limite de cette fonction au point 1 en utilisant les "quantités conjuguées"
- Déterminer un équivalent de cette fonction au voisinage de 1
- Soit la fonction g définie par $g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } 1 < x < \sqrt{2} \\ m(m \in \mathbb{R}) & \text{si } x \leq 1 \end{cases}$
Pour quelle valeur de m , la fonction g est-elle continue au point 1 ?

Exercice 3: (6 points) Soit f , la fonction définie sur $[0; 2\pi]$ par : $f(x) = |\sin x|$

- Expliciter la fonction f
- Est ce que la fonction f est dérivable au point π ? Justifier.

Exercice 4: (8 points) Soit f , la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$

- Montrer que f définit une bijection de \mathbb{R} sur $J = f(\mathbb{R})$, intervalle que l'on déterminera
- Déterminer la fonction réciproque f^{-1}
- Exprimer $(f^{-1}(y))'$.

Exercice 5: (6 points) Soit f , la fonction définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = x^4 - x^3 + 1$

- Calculer le ou les points critiques de f
- Déterminer le ou les points d'inflexion de f .